

Московский государственный технический университет
им.Н.Э.Баумана
Калужский филиал
Приборостроительный факультет
Кафедра П2-КФ

Отчет

по лабораторной работе № 1

*«Исследование величины
трансформированной погрешности
ЦВМ»*

по курсу

«Теория и проектирование СВК»

Студент : Комиссаров А.В., гр.ЭВМ-102

Преподаватель : доцент Максимов А.В.

Калуга, 1999 г.

Задание (вариант № 6)

Исходные данные:

На вход ЦВМ с датчиков, имеющих заданные величины среднеквадратичного отклонения погрешности ошибки измерения, $\sigma_x = 0,01$ и $\sigma_y = 0,1$, поступает информация по двум каналам:

$$x = f(t) = 0,25 \cdot t^2 + 5;$$

$$y = \varphi(t) = 5 \cdot \sin(t^2);$$

$$t = 0..20 \text{ сек.}$$

Входная информация, поступающая по каждому из каналов, обрабатывается по своему алгоритму:

$$u(x) = 2 \cdot x^4 + 0,5 \cdot x^3 + x^2 + x + 6;$$

$$w(y) = 0,5 \cdot \exp(-y) \cdot \sin(y).$$

Требуется:

- Разработать и реализовать на программном уровне модели 8-, 10-, 12- и 16-тиразрядных АЦП для ввода в специализированную ЭВМ информации с датчиков;
- Произвести аналитическую оценку трансформированной погрешности;
- Получить экспериментальные значения трансформированной погрешности и сопоставить результаты. Сделать выводы. Построить гистограммы трансформированной погрешности для разной разрядности АЦП по каждому из каналов, включая теоретические и экспериментальные значения.

Ход лабораторной работы

Масштабы входных величин определим исходя из их максимальных значений на рассматриваемом интервале (соответственно 105 по каналу x и 5 – по каналу y).

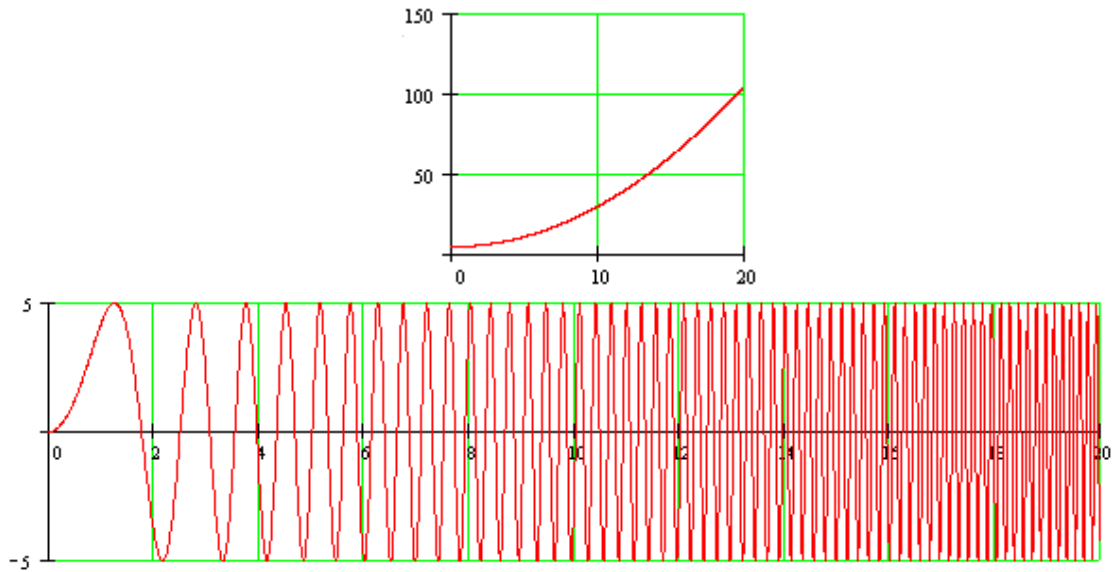


Рис. 1. Графики характера изменения входных величин

Можно получить следующие формулы оцифровки :

$$\bar{x}(n, t) = \text{trunc}(M_x x(t)) = \text{trunc}(2^{n-7} x(t));$$

$$\bar{y}(n, t) = \text{trunc}(M_y y(t)) = \text{trunc}(2^{n-3} y(t)),$$

где n - число информационных разрядов датчика, а $\text{trunc}(X)$ - функция отсечения дробной части числа X . Заметим, что в силу положительности значений функции $x(t)$ на рассматриваемом интервале в качестве информационных можно взять все имеющиеся разряды датчика (за ненадобностью введения знакового разряда). Для другого же канала знаковый разряд ввести необходимо.

Для проведения расчетов был выбран математический пакет MathCad 7.0. Шаг по переменной времени взят равным 0,01 для канала $x(t)$ и равным 0,001 – для $y(t)$.

Для того, чтобы экспериментально подсчитать трансформированную ошибку, необходимо найти разницу между идеальным (неискаженным) значением функции обработки входного сигнала ($u(x)$ и $w(y)$ соответственно для каждого из каналов) и искаженным в результате оцифровки входным сигналом, величины должны при этом быть в соответствующих масштабах. В настоящей лабораторной работе пренебрежем величиной ошибки датчика в экспериментальных расчетах, так как закон распределения этой ошибки в общем случае неизвестен. Имеем:

$$E_{x\ mp}(n, t) = u\left(\frac{\bar{x}(n, t)}{M_x}\right) - u[x(t)];$$

$$E_{y\ mp}(n, t) = w\left(\frac{\bar{y}(n, t)}{M_y}\right) - w[y(t)]$$

Далее определяются усредненные по времени значения этих ошибок (с достаточно высокой степенью точности равные математическому ожиданию при большом числе испытаний, поэтому будем обозначать их через символ m), а также усредненные значения квадратов ошибок по каждому из каналов:

$$m[E_{x,y mp}](n) = \frac{\sum_{i=0}^{l_{u,w}-1} E_{x,y mp}(n, t_i)}{l_{u,w}},$$

$$m[E^2_{x,y mp}](n) = \frac{\sum_{i=0}^{l_{u,w}-1} E^2_{x,y mp}(n, t_i)}{l_{u,w}},$$

где $l_{u,w}$ - число вычисленных значений функции для каждого из каналов.

Зная математические ожидания, можно найти дисперсии, а значит, и среднеквадратичные отклонения (равные квадратным корням из дисперсий) трансформированной ошибки по каждому из каналов как функции числа разрядов датчика:

$$\sigma[E_{x,y mp}](n) = \sqrt{m[E^2_{x,y mp}(n)] - m^2[E_{x,y mp}(n)]}.$$

Теоретически трансформированная ошибка - это взвешенная входная ошибка. В качестве весового коэффициента (множителя) здесь выступает так называемый *коэффициент трансформации*, который при оценочных расчетах является величиной постоянной и равен максимальному по модулю значению производной функции обработки сигнала (u и w) на рассматриваемом интервале. Итак, для каждого из каналов имеем:

$$\sigma_{теор.}[E_{x,y mp}](n) = C_{mp x,y} \cdot \sigma_{ex x,y};$$

$$C_{mp x} = \left| \frac{\partial u(x)}{\partial x} \right|_{\substack{\max \\ t \in [0;20]}} = \left| \frac{\partial u(x)}{\partial x} \right|_{x=105} = 9277748,5;$$

$$C_{mp y} = \left| \frac{\partial w(y)}{\partial y} \right|_{\substack{\max \\ t \in [0;20]}} = \left| \frac{\partial w(y)}{\partial y} \right|_{y=-\frac{3\pi}{2}} = -55,65889;^*$$

$$\sigma_{ex x,y}(n) = \sqrt{\sigma_{x,y \text{ дам}}^2 + \left(\frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{2^{-n_{x,y}}}{2^{-m_{x,y}}} \right)^2}.$$

* Как показало исследование, производная $\partial w / \partial y$ достигает своих экстремальных значений на рассматриваемом интервале в точках $\pm \frac{\pi}{2}$; $\pm \frac{3\pi}{2}$. Нетрудно убедиться, что именно значение $-\frac{3\pi}{2}$ соответствует абсолютному максимуму $|\partial w / \partial y|$.

Результаты и выводы

В результате моделирования были получены значения среднеквадратичных отклонений трансформированных ошибок, соответствующие разным разрядностям АЦП для каждого из каналов.

1. Можно заметить, что при увеличении числа разрядов АЦП происходит уменьшение погрешности оцифровки, а следовательно, и трансформированной погрешности, которое иллюстрируется (см. гистограмму на рис. 2.1 - 2.2) снижением среднеквадратичного отклонения погрешности преобразования. Особенно ошутимое снижение погрешности происходит на этапе " $N=8..N=10$ ".

2. Теоретические значения погрешностей во всех случаях значительно превышают полученные в результате моделирования значения. Это связано с тем, что теоретически рассчитывается трансформированная погрешность исходя из максимального значения скорости изменения функций U и W , называемого коэффициентом трансформации. На практике же снимаются значения в разные моменты времени, соответствующие и тем участкам на множестве значений аргументов (X и Y соответственно), где указанные функции изменяют свои значения более медленно, а следовательно, и влияние на трансформацию ошибки искаженного входного сигнала будет меньшим.

Первый канал ($x \rightarrow u$):

N	n	$\sigma_{\text{трансф. практ}}$	$\sigma_{\text{трансф. теор.}}$
8	8	662065,804	1342337,707
10	10	167724,367	347399,756
12	12	42226,764	124950,369
16	16	2577,888	92924,834

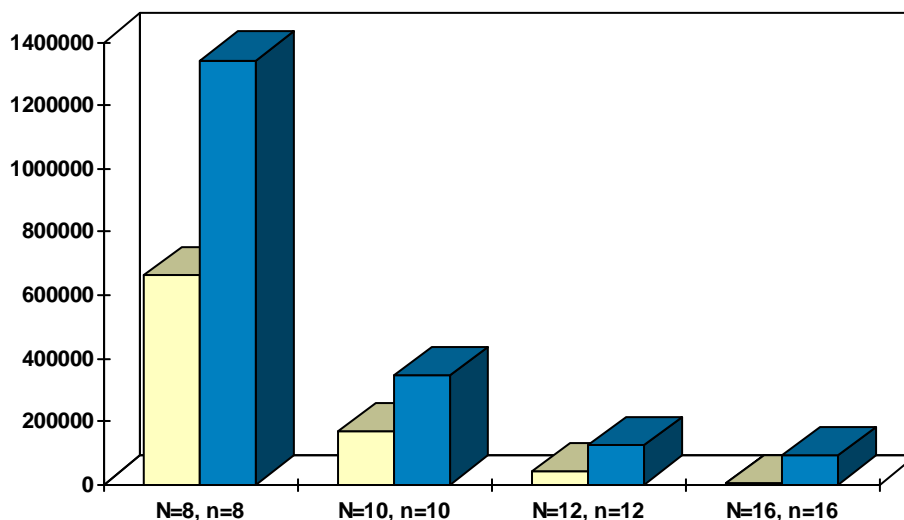


Рис. 2.1. Гистограмма зависимости среднеквадратичного отклонения трансформированной погрешности от разрядности АЦП по первому каналу (практические и теоретические значения)

Второй канал ($y \rightarrow w$):

N	n	$\sigma_{\text{трансф. практ}}$	$\sigma_{\text{трансф. теор.}}$
8	7	0,734255	5,655754
10	9	0,189733	5,571548
12	11	0,047791	5,566243
16	15	0,003007	5,56589

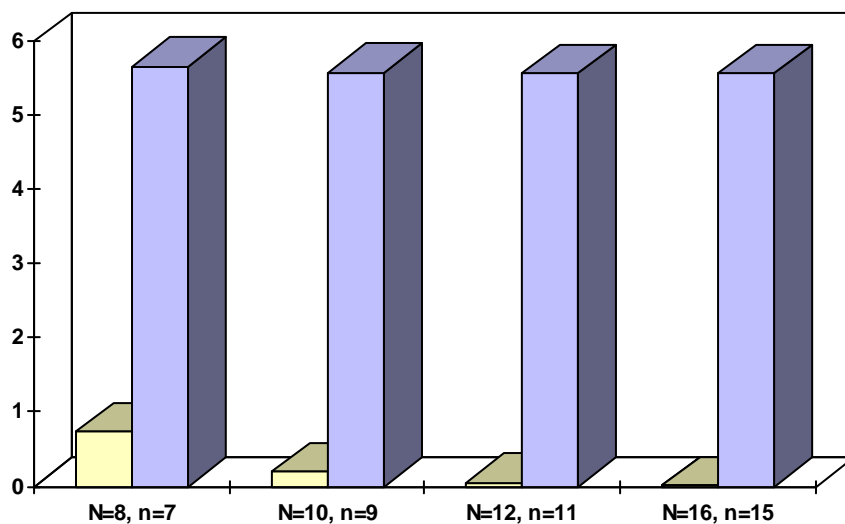


Рис. 2.2. Гистограмма зависимости среднеквадратичного отклонения трансформированной погрешности от разрядности АЦП по второму каналу (практические и теоретические значения)